

大同大學102學年度(寒)轉學入學考試試題

考試科目:工程數學

所別:機械工程學系

第 1 頁

註:本次考試 不可以參考自己的書籍及筆記; 不可以使用字典; 不可以使用計算器

1. (10%) 求解

$$(4y + x - x^3)dx + xdy = 0$$

2. (15%) 試求下列微分方程式的通解

$$y'' - 4y' + 4y = (x+1)e^{2x}$$

3. (20%) 利用高斯-喬丹消去法求解下列系統, 或是證明系統無解

$$x_1 - x_2 - 2x_3 = -1$$

$$(a) -3x_1 - 2x_2 + x_3 = -7$$

$$2x_1 + 3x_2 + x_3 = 8$$

$$x_1 + 2x_2 - x_3 = 0$$

$$(b) 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 9$$

$$x_1 - x_2 + x_3 = 3$$

4. (20%) 已知 $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ 和 $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 18 \\ 36 \\ -9 \end{pmatrix}$.

(a) 矩陣 \mathbf{A} 為奇異或是非奇異? 請說明之。

(b) 若 \mathbf{A} 為非奇異, 利用基本列運算(elementary row operations)求其反矩陣 \mathbf{A}^{-1} 。

(c) 利用反矩陣 \mathbf{A}^{-1} 解方程式系統 $\mathbf{AX} = \mathbf{B}$ 。

5. (8%) 定量施力 $\mathbf{F} = 2\mathbf{i} + 4\mathbf{j}$ 使木塊由 $P_1(1,1)$ 移動到 $P_2(4,6)$, 試求其所作的功。假設 $\|\mathbf{F}\|$ 的單位為牛頓, $\|\mathbf{d}\|$ 的單位為公尺。

6. (12%) 已知 $\mathcal{L}[\cos kt] = \frac{s}{s^2 + k^2}$,

試求 (a) $\mathcal{L}[e^t \cos t]$.

(b) $\mathcal{L}[t \cos t]$.

7. (15%) 求解下列偏微分方程式

$$k \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial u}{\partial t}, \quad k > 0$$