

大同大學 103 學年度(暑)轉學入學考試試題

考試科目:工程數學

所別:機械工程學系

第 全 頁

註:本次考試 不可以參考自己的書籍及筆記; 不可以使用字典; 不可以使用計算器。

1. (15%) 將下列微分方程式分類為常微分方程式或偏微分方程式, 並寫出各方程式的階數, 各方程式中的自變數和相依變數, 以及判定方程何者為線性或非線性。

$$(a) \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + u = 0, \quad (b) \frac{d^4 y}{dx^4} + 3 \left(\frac{d^2 y}{dx^2} \right)^5 + 5y = 0,$$

$$(c) \frac{d^2 y}{dx^2} + x \sin y = 0, \quad (d) \frac{d^3 y}{dx^3} + 4 \frac{d^2 y}{dx^2} - 5 \frac{dy}{dx} + 3y = \sin x.$$

2. (10%) 請判斷下列微分方程式, 是否為正合(Exact), 若為正合, 則解之。

$$(2xy^2 - 3)dx + (2x^2y + 4)dy = 0.$$

3. (12%) 求解初值問題

$$xy' + y = e^x, y(1) = 2.$$

4. (15%) 試解下列微分方程式

$$\frac{1}{4}y'' + y' + y = x^2 - 2x.$$

5. (10%) 試求下列函數之拉普拉斯反轉換

$$(a) F(s) = \frac{s}{(s+1)(s^2+4)}, \quad (b) F(s) = \frac{s}{(s-2)(s^2+4s+5)}.$$

6. (15%) 已知一線性系統為

$$x_1 + 2x_2 - x_3 = 0$$

$$2x_1 + x_2 + 2x_3 = 9$$

$$x_1 - x_2 + x_3 = 3$$

(a) 請將此線性系統寫成矩陣方程式。

(b) 請寫出此系統的擴增矩陣。

(c) 利用高斯-約旦消去法求解。

$$7. (8\%) \text{ 若 } \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 5 & 10 \\ 8 & 12 \end{pmatrix}, \mathbf{B} = \begin{pmatrix} -4 & 6 & -3 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix},$$

求 (a) \mathbf{AB} ; (b) \mathbf{BA} 。

8. (15%) 試解下列偏微分方程

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + 2 \frac{\partial u}{\partial x} = 1$$

$$u(0, y) = 0$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{(x,0)} = 2x + \frac{1}{2}$$