

大同大學 104 學年度(暑)轉學入學考試試題

考試科目:工程數學

系別:機械工程學系

第1/3頁

註:本次考試 不可以參考自己的書籍及筆記; 不可以使用字典; 可以使用計算機

一、(60%)選擇題

1.微分方程式的階數為

- (A) 方程式中最高階導數之階數
- (B) 方程式中最低階導數之階數
- (C) 方程式中所有導數之平均階數
- (D) 方程式中所有導數階數之和

2.下列那一個微分方程式是不正確。

- (A) $\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} + 6y = 0$
- (B) $\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}$
- (C) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - 2\frac{du}{dt}$
- (D) $\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} = 2x + y$

3.下列那一個方程式是屬於線性的微分方程式

- (A) $\frac{d^4y}{dx^4} + y^2 = 0$
- (B) $4x\frac{dy}{dx} + y = x$
- (C) $(1-y)y' + 2y = e^x$
- (D) $\frac{d^2y}{dx^2} + \sin y = 0$

4. 下列那一個方程式是屬於可分離的微分方程式 (separable differential equation)

- (A) $x\frac{dy}{dx} + y = e^x$
- (B) $e^x y \frac{dy}{dx} = e^{-y} + e^{-2x-y}$
- (C) $(1-y)y' + 2y = e^x$
- (D) $(x+2)^2 \frac{dy}{dx} = 5 - 8y - 4xy$

5.如果微分方程式

$$\left[8yt^5 + kt^2e^{ty} \right] dy = \left[\frac{2}{t} - 20y^2t^4 - ktye^{ty} - 5e^{ty} \right] dt \text{ 為正合(exact), 請問}k\text{值為何?}$$

- (A) $k = 1$
- (B) $k = 3$
- (C) $k = 5$
- (D) $k = 7$

大同大學 104 學年度(暑)轉學入學考試試題

考試科目:工程數學

系別:機械工程學系

第2/3頁

註:本次考試 不可以參考自己的書籍及筆記; 不可以使用字典; 可以使用計算機

6. 試求 $f(t) = t^2U(t-4)$ 的拉氏轉換

(A) $e^{-4s} \left(\frac{2}{s^3} + \frac{8}{s^2} + \frac{16}{s} \right)$

(B) $e^{-4s} \left(\frac{8}{s^3} + \frac{16}{s^2} + \frac{2}{s} \right)$

(C) $e^{-4s} \left(\frac{16}{s^3} + \frac{2}{s^2} + \frac{8}{s} \right)$

(D) $e^{-4s} \left(\frac{8}{s^3} + \frac{2}{s^2} + \frac{16}{s} \right)$

7. 試求 $F(s) = \frac{(1-e^{3s})^2}{s-4}$ 的反拉氏轉換

(A) $e^{-3t} - 2e^{-3t+9}U(t-3) + e^{-3t+18}U(t-6)$

(B) $e^{3t} - 2e^{3t-9}U(t-3) + e^{3t-18}U(t-6)$

(C) $e^{-4t} - 2e^{-4t+12}U(t-3) + e^{-4t+24}U(t-6)$

(D) $e^{4t} - 2e^{4t-12}U(t-3) + e^{4t-24}U(t-6)$

8. 試求下列二條直線之夾角

$$L_a: \frac{x-2}{5} = \frac{y+4}{3} = \frac{z-6}{4}$$

$$L_b: \frac{x+6}{2} = y+1 = \frac{z-11}{3}$$

(A) 50.0°

(B) 19.1°

(C) 310.0°

(D) 以上皆非

9. 求矩陣 $C = -4A + 5B$ 中的元素 C_{32} 之值, 如果 $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & -1 \\ -2 & -4 & 5 \end{pmatrix}$ 和 $B = \begin{pmatrix} 0 & 9 & -2 \\ 1 & 3 & 3 \\ 7 & -5 & 4 \end{pmatrix}$ 。

(A) 19

(B) 11

(C) -9

(D) -41

10. 試求矩陣 A 的大小, 使得下列的乘法 $(4 \ 1 \ -7 \ 3)A \begin{pmatrix} -6 & 3 \\ 0 & 8 \\ -4 & -1 \end{pmatrix}$ 有定義。

(A) 4×3

(B) 4×2

(C) 1×2

(D) 1×3

大同大學 104 學年度(暑)轉學入學考試試題

考試科目:工程數學

系別:機械工程學系

第3/3頁

註:本次考試 不可以參考自己的書籍及筆記; 不可以使用字典; 可以使用計算機

11. 若 $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 5 \\ 0 & -2 & 3 \\ 1 & 4 & -1 \end{pmatrix}$, 對應特徵向量(eigenvector) $\mathbf{K}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ 的特徵值(eigenvalue)為何?

(A) -1

(B) 3

(C) 2

(D) \mathbf{K}_1 不是矩陣 \mathbf{A} 的一個特徵向量。

12. 若偏微分方程式為 $k \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$, $k \neq 0$, 則下列關於該偏微分方程式的類型分辨陳述, 何者是正確。

(A) Hyperbolic 雙曲線型 if $k > 0$, elliptic 橢圓型 if $k < 0$

(B) Elliptic 橢圓型 if $k > 0$, hyperbolic 雙曲線型 if $k < 0$

(C) Parabolic 拋物線型 if $k > 0$, elliptic 橢圓型 if $k < 0$

(D) Hyperbolic 雙曲線型

二、(15%) 求解常微分方程式 $y'' - 4y' + 4y = (x+1)e^{2x}$ 。

三、(10%) 證明集合 $\{1, \cos x, \cos 2x, \dots\}$ 在區間 $\{-\pi, \pi\}$ 為正交(orthogonal)。

四、(15%) 求出矩陣 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 6 & -1 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$ 的特徵值及特徵向量。