

大同大學 105 學年度 (暑)轉學入學考試試題

考試科目:工程數學

系別:機械工程學系

第 全 頁

註:本次考試 不可以參考自己的書籍及筆記; 不可以使用字典; 不可以使用計算器。

- (8%) 假設函數 $y = e^{mx}$ 是微分方程式 $y'' + 2y' - 35y = 0$ 之解, 請求出 m 之值。
- (8%) 已知 $y = c_1 e^{-4x} + c_2 e^{2x}$ 為二階微分方程式 $y'' + 2y' - 8y = 0$ 的雙參數解 (two-parameter family of solutions), 求初值問題 $y'' + 2y' - 8y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 12$ 之解。
- (8%) 求 k 值使得微分方程式 $(y^3 + kxy^4 - 2x)dx + (3xy^2 + 20x^2y^3)dy = 0$ 為正合(exact)。
- (8%) 已知 $y_1(x) = e^{3x}$ 為 $y'' - 6y' + 9y = 0$ 的解, 請利用降階法求此二階微分方程式的第二個線性獨立解 $y_2(x)$ 。
- (8%) 試求二階微分方程式 $y'' - y' - 12 = 0$ 的通解。
- (8%) 求函數 $f(t) = 5t^3 - 3te^{4t}$ 之拉氏轉換(Laplace transform)。
- (8%) 請找出微分方程式 $-3(y+2)dx + dy = 0$ 之積分因子(integrating factor)。
- (10%) 請用高斯消去法解
$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 19 \\ 3x_1 + 4x_2 = -7 \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$
- (10%) 求 $f(x) = x, -2 < x < 2$ 的傅利葉級數(Fourier series)。
- (8%) 一長度為 L 之圓桿與在 x 軸上的區間 $[0, L]$ 一致。假設左端溫度保持在零度, 右端溫度保持在 20° 。初始溫度分布為 $\sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) + 20\frac{x}{L}$ 。請建立溫度 $u(x, t)$ 的邊界值問題。
- (8%) 證明矩陣 $\begin{pmatrix} -2 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 4 \\ 5 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ 為奇異或非奇異。
- (8%) 有一向量 \vec{b} 其大小為 $\|\vec{b}\| = 3$ 且與向量 $\vec{a} = 4\vec{i} - 9\vec{j}$ 平行, 試求向量 \vec{b} 。