

大同大學 106 學年度(暑)轉學入學考試試題

考試科目: 工程數學

系別: 機械工程學系

第1/2頁

註: 本次考試 不可以參考自己的書籍及筆記; 不可以使用字典; 不可以使用計算器

1. (15%) 選擇題

1-1. 假設函數 $y = x^m$ 是微分方程式 $x^2y'' + 5xy' - 12y = 0$ 之解, 則 m 值為

- (A) 6, -2
 (B) -6, 2
 (C) 6, 2
 (D) $\frac{-5 + \sqrt{73}}{2}, \frac{-5 - \sqrt{73}}{2}$

1-2. 已知 $y = c_1e^{-4x} + c_2e^{2x}$ 為二階微分方程式 $y'' + 2y' - 8y = 0$ 的通解 (general solution), 則初值問題

$y'' + 2y' - 8y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 12$ 之解為

- (A) $y = 2e^{-4x} + 2e^{2x}$
 (B) $y = 2e^{-4x} - 2e^{2x}$
 (C) $y = -2e^{-4x} + 2e^{2x}$
 (D) $y = -2e^{-4x} - 2e^{2x}$

1-3. 試問微分方程式 $\cos x dy + (\sin x)y dx = dx$ 可改寫成為下列何式?

- (A) $\frac{dy}{dx} + (\tan x)y = \sec x$
 (B) $\frac{dy}{dx} + (\sin x)y = \cos x$
 (C) $\cos x \frac{dy}{dx} + (\sin x)y = 1$
 (D) $\cos x dy = (1 - y \sin x) dx$

1-4. $A \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + B \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + CA \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + D \frac{\partial u}{\partial x} + E \frac{\partial u}{\partial y} + Fu = G$ 為一線性二階偏微分方程式, 其中 A, B, C, D, E, F, G 為常數。若該

方程式為拋物線型 (Parabolic), 則

- (A) $B^2 - 4AC > 0$
 (B) $B^2 - 4AC = 0$
 (C) $B^2 - 4AC < 0$
 (D) $B^2 - 4AC \neq 0$

1-5. 若一450牛頓的力從點 $A(21, 0, 0)$ cm 指向點 $B(0, 18, 24)$ cm, 試問該力的卡氏 (Cartesian) 向量式為

- (A) $\{21\vec{i} - 18\vec{j} - 24\vec{k}\}$ N
 (B) $\{-21\vec{i} + 18\vec{j} + 24\vec{k}\}$ N
 (C) $\{258\vec{i} - 221\vec{j} - 295\vec{k}\}$ N
 (D) $\{-258\vec{i} + 221\vec{j} + 295\vec{k}\}$ N

背面繼續

大同大學 106 學年度(暑)轉學入學考試試題

考試科目:工程數學

系別:機械工程學系

第2/2頁

註:本次考試 不可以參考自己的書籍及筆記; 不可以使用字典; 不可以使用計算器

2. (10%) 求解常微分方程式 $\frac{dy}{dx} + y = e^{3x}$

3. (10%) 求解常微分方程式 $y'' - 2y' + y = e^x$

4. (10%) 求 $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{s^2 + 6s + 9}{(s-1)(s-2)(s+4)}\right]$

5. (10%) 請用高斯消去法解
$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 = -7 \\ 4x_1 + x_2 + 3x_3 = 5 \\ 2x_1 - 5x_2 + 7x_3 = 19 \end{cases}$$

6. (8%) 計算 $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 6 & 0 & 0 \\ 5 & 9 & -4 & 0 \\ 7 & 2 & 4 & -2 \end{pmatrix}$ 的行列式。

7. (7%) 證明 \mathbf{B} 矩陣是 \mathbf{A} 矩陣的反矩陣, $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 3 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 2 \\ -3 & 2 & -3 \end{pmatrix}$ 。

8. (15%) 試將 $f(x) = x^2$, $0 < x < L$ 展開成傅利葉級數(Fourier series)。

9. (15%) 試求解一維熱傳導方程式 $\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, $0 < x < a$, $t > 0$

B.C. $u(0, t) = 0$

$u(a, t) = 0$

I.C. $u(x, 0) = \begin{cases} 1, & 0 < x < a/2 \\ 0, & a/2 < x < a \end{cases}$