

大同大學 106 學年度(寒)轉學入學考試試題

考試科目：工程數學

系別：機械工程學系

第全頁

註：本次考試 不可以參考自己的書籍及筆記； 不可以使用字典； 不可以使用計算器

1. (10%) 求解一階微分方程式 $x^2 \frac{dy}{dx} + xy = 1$ 。

2. (8%) 若函數 $y = x^m$ 是微分方程式 $4x^2 y'' + 8xy' + y = 0$ 之解，試求該微分方程式的輔助方程式(或特徵方程式)。

3. (12%) 求解常微分方程式 $y'' - 16y = 2e^{4x}$

4. (10%) 若 $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \\ -10 \end{pmatrix}$ ， $\mathbf{B} = (2 \ 4 \ 5)$ ，求 (a) $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ ；(b) $\mathbf{B}^T \mathbf{B}$ 。註： T 轉置(transpose)

5. (8%) 若 $\mathbf{a} = 3\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$ ， $\mathbf{b} = \mathbf{i} + 4\mathbf{j} + \mathbf{k}$ ， $\mathbf{c} = \mathbf{i} + \mathbf{j} + 5\mathbf{k}$ ，求 $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c})$ 。

6. (8%) 計算 $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 6 & 0 & 3 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}$ 的行列式。

7. (12%) 求解下列線性系統之解。

$$x_1 + 3x_2 - 2x_3 = -7$$

$$4x_1 + x_2 + 3x_3 = 5$$

$$2x_1 - 5x_2 + 7x_3 = 19$$

8. (10%) 求 $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 2 & 3 & 5 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$ 的反矩陣。

9. (12%) 求 $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 7 \end{pmatrix}$ 的特徵值與特徵向量。

10. (10%) 若矩陣 $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 0 \\ 0 & -5 & 9 \\ 5 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ 具有對應三個特徵值 $\lambda_1 = 0$ ， $\lambda_2 = 4$ ， $\lambda_3 = -4$ 的特徵向量分別為， $\mathbf{K}_1 = \begin{pmatrix} 9 \\ 45 \\ 25 \end{pmatrix}$ ， $\mathbf{K}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ ，

$\mathbf{K}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 9 \\ 1 \end{pmatrix}$ ，請寫出可以將矩陣 \mathbf{A} 對角化的矩陣 \mathbf{P} 以及對角矩陣 \mathbf{D} ，使得 $\mathbf{D} = \mathbf{P}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{P}$ 。